



УДК 536.212

**HEAT TRANSFER MODEL IN THE CYLINDER ON THE BASIS PROBLEM FOR THE HYPERBOLIC EQUATION HEAT CONDUCTIVITY  
МОДЕЛЬ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ЦИЛИНДРЕ НА ОСНОВЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ****Temljantsev M.V. / Темлянецев М.В.***d.t.s., prof. / д.т.н., проф.*

SPIN: 6169-5458.

**Bazajkin V.I. / Базайкин В.И.***d.t.s., prof. / д.т.н., проф.*

ORCID: 0000-0002-0403-692X,

SPIN: 3054-5093.

**Bazajkina O.L. / Базайкина О.Л.***s.t.s., / к.т.н.*

SPIN: 7686-0682.

*Сибирский государственный индустриальный университет, Россия, Новокузнецк, ул. Кирова, 42,654007*

**Аннотация.** Проведено моделирование прохождения теплового импульса через торцевую поверхность цилиндра конечных размеров в форме задачи для уравнения гиперболической теплопроводности с граничными условиями III рода. Действие теплового импульса от внешнего источника имитируется внезапным возникновением начальной высокой температуры на одном из торцов цилиндра. Решение задачи теплопроводности – только экспоненциальное; может представляться линейной комбинацией двух мод, первая из которых характеризуется высокой скоростью охлаждения и может объяснить инициацию в материале цилиндра сдвиговых деформаций при температурах фазовых превращений. Для расчётов получены приближения температурных полей в виде отрезков функциональных рядов по собственным функциям задачи. Приведены результаты численных экспериментов для материала цилиндра с теплофизическими характеристиками типа твёрдого сплава ВК10-КС. Если смену мод при моделировании температурного поля задать в интервале температур фазовых переходов различных карбидов вольфрама в приповерхностном слое нагружаемого торца цилиндра, то этим можно объяснить наличие фазового перехода сдвигового, а не диффузионного типа. Сделан вывод о невозможности волнового механизма теплопередачи в рамках задачи для гиперболического уравнения теплопроводности.

**Ключевые слова:** упрочнение энергетическим импульсом, круговой цилиндр, гиперболическое уравнение теплопроводности, время релаксации теплового потока, собственные числа задачи, граничные условия III рода, динамика температурного поля, поверхностный слой.

**Вступление.** В основе ряда технологий упрочнения металлических изделий лежат методы электронно-лучевой, лазерной, электровзрывной обработок их поверхностей [1-4]. Эффект высокоэнергетической обработки зависит от физических процессов в приповерхностных слоях изделия, релаксирующей энергию обработки. Энергия обработки оценивается её тепловым эквивалентом. В динамике теплового потока процесс теплопередачи в материале является основным. Ввиду импульсного характера нагружения



изделия высокой плотностью энергии при анализе распространения тепла следует учитывать время релаксации теплового потока. Таким образом, особенности распространения теплового потока можно прояснить, если сформулировать и решить задачу для гиперболического уравнения теплопроводности [5,6]. Для сопоставимости результатов теоретического анализа с данными экспериментальных исследований (в которых в качестве образцов часто используются короткие цилиндры) задача ставится в цилиндрических координатах с осевой симметрией [4,7].

**Постановка решение задачи.** Сформулируем математическую задачу, моделирующую нагружение образца – кругового цилиндра. В цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  ( $r$  – радиальная,  $\varphi$  – окружная,  $z$  – осевая координаты) осесимметричное однородное уравнение теплопроводности для температуры  $t(\tau, r, z)$ , где переменная  $\tau$  – время, имеет вид [8]:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \tau_r \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности материала образца,  $\tau_r$  – время релаксации теплового потока, постоянная характеристика материала изделия; её существование определяет конечность скорости распространения тепла  $\vartheta = \sqrt{a/\tau_r}$ .

Граничное условие на цилиндрической поверхности образца радиусом  $R$  и толщиной  $H$  задаётся в форме теплообмена по закону Ньютона с окружающей средой, имеющей температуру  $t_c$  [6]:

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\alpha(t - t_c), \quad (2)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала образца,  $\alpha$  – коэффициент теплообмена между поверхностью образца и окружающей средой. Такой же теплообмен задан на торцевой плоскости образца, противоположной плоскости нагружения:

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\alpha(t - t_c). \quad (3)$$

Начальное условие задаёт температуру на плоскости  $z = 0$  в начальный момент времени:

$$t(0, r, 0) = t_0. \quad (4)$$

Следует подчеркнуть, что нет никаких дополнительных предположений по начальному распределению температуры в теле образца. Уравнение (1) и условия (2), (3) и (4) составляют задачу для уравнения (1).

Введём безразмерные переменные:

$$\rho = \frac{r}{\sqrt{RH}}, \quad \zeta = \frac{z}{\sqrt{RH}}, \quad s = \frac{a}{RH} \tau \geq 0, \quad 0 \leq \rho \leq \sqrt{\frac{R}{H}}, \quad 0 \leq \zeta \leq \sqrt{\frac{H}{R}},$$



безразмерную постоянную  $\beta = \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{RH}$ , безразмерное время релаксации теплового потока  $q = \frac{a\tau_r}{RH}$  и размерную переменную  $\theta = (t - t_c)$ .

С позиций классической теории теплопроводности [6] переменная  $s$  является аналогом числа Фурье  $Fo$ , постоянная  $\beta$  играет роль числа Био  $Bi$ .

В новых переменных поставленная задача (1 – 4) формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} + q \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \beta \cdot \theta \right) \Big|_{\rho = \sqrt{\frac{R}{H}}} = 0, \quad \left( \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + \beta \cdot \theta \right) \Big|_{\zeta = \sqrt{\frac{H}{R}}} = 0, \quad \theta(s, \rho, \zeta) \Big|_{s=0} = \theta_0, \quad \theta(s, \rho, \zeta) \Big|_{\zeta=0} = 0$$

Для решения задачи применим метод разделения переменных:

$$\theta(s, \rho, \zeta) = H(s, \zeta) \cdot W(\rho) .$$

Подстановка этого разложения в дифференциальное уравнение (5) приводит к двум дифференциальным уравнениям:

$$W'' + \frac{1}{\rho} W' + \nu^2 W = 0, \quad q \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} + \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2} + \nu^2 H = 0, \quad (6)$$

где  $\nu^2$  – неопределённая постоянная.

Решением уравнения

$$W'' + (1/\rho)W' + \nu^2 W = 0, \quad (7)$$

не имеющим особенностей в точке  $\rho = 0$ , является функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка [9]:

$$W(\rho) = A \cdot J_0(\nu\rho), \quad A = const.$$

Граничное условие для функции  $\theta$  при  $\rho = \sqrt{\frac{R}{H}}$  приводит к алгебраическому уравнению

$$\nu \sqrt{\frac{R}{H}} \cdot J_1\left(\nu \sqrt{\frac{R}{H}}\right) - \sqrt{\frac{R}{H}} \cdot \beta \cdot J_0\left(\nu \sqrt{\frac{R}{H}}\right) = 0,$$

или  $\mu \cdot J_1(\mu) - \sqrt{\frac{R}{H}} \cdot \beta \cdot J_0(\mu) = 0$ , где  $\mu = \nu \cdot \sqrt{\frac{R}{H}}$ . (8)

По корням  $\mu_i$  уравнения (8) находим бесконечное семейство линейно независимых и ортогональных функций  $J_0(\nu_i \rho)$  [6];  $J_1(\nu_i \rho)$  – функция Бесселя 1-го рода первого порядка. Общее решение уравнения (7) представляется разложением по базису функций  $W_i(\rho) = J_0(\nu_i \rho)$ :

$$W(\rho) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i W_i(\rho) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_0(\nu_i \rho), \quad (9)$$

коэффициенты  $A_i$  которого находятся из начального условия:



$$\theta(s, \rho, \zeta) \Big|_{\substack{s=0 \\ \zeta=0}} = H(0,0) \cdot W(\rho) = 1 \cdot W(\rho) = \theta_0, \quad \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_0(v_i \rho) = \theta_0 :$$

$$A_i = \frac{2}{\left(1 + \frac{\beta^2}{\mu_i^2}\right) J_0^2(\mu_i)} \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{R}{H}}} \theta_0 \cdot \rho \cdot J_0(\mu_i \rho) d\rho \approx \frac{2\theta_0 \cdot J_1(\mu_i)}{\mu_i \left(1 + \frac{\beta^2}{\mu_i^2}\right) J_0^2(\mu_i)} .$$

Требование  $H(0,0) = 1$  для функции  $H(s, \zeta)$  обеспечивает выполнение начального условия задачи.

Решение уравнения  $q \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} + \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2} + v^2 H = 0$  из (6) представим в виде:

$$H(s, \zeta) = F_1(\xi_1) \cdot F_2(\xi_2), \quad \xi_1 = \frac{s}{\sqrt{q}} + \zeta, \quad \xi_2 = \frac{1}{2}(s - \sqrt{q} \cdot \zeta) .$$

Получим обыкновенные

дифференциальные уравнения  $F_1' - c \cdot F_1 = 0, \quad F_2' + \frac{2(c + \sqrt{q} \cdot v^2)}{\sqrt{q}(1 + 4c\sqrt{q})} F_2 = 0,$  их

решениями являются функции

$$F_1(\xi_1) = A e^{c\xi_1}, \quad F_2(\xi_2) = B e^{-\frac{2(c + \sqrt{q} \cdot v^2)}{\sqrt{q}(1 + 4c\sqrt{q})} \xi_2}; \quad (10)$$

$c, A, B$  – произвольные постоянные. Очевидно, что значения постоянных  $c_i$  будут определяться значениями собственных чисел  $v_i$ , задающих собственные функции  $W_i(\rho) = J_0(v_i \rho)$ . Если подчинить коэффициенты  $A_i$  начальному условию задачи для уравнения (5):

$$\theta(s, \rho, \zeta) \Big|_{\substack{s=0 \\ \zeta=0}} = \theta_0 = \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_0(v_i \rho),$$

то произведение постоянных  $A$  и  $B$  можно подчинить условию  $A \cdot B = 1$ .

Объединяя решения (9,10), получаем решение задачи для уравнения теплопроводности:

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_0(v_i \rho) \cdot e^{\frac{c_i}{\sqrt{q}}(s + \sqrt{q} \cdot \zeta)} \cdot e^{-\frac{c_i + \sqrt{q} \cdot v_i^2}{\sqrt{q}(1 + 4c_i \sqrt{q})}(s - \sqrt{q} \cdot \zeta)} =$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} A_i J_0(v_i \rho) \cdot e^{\left(\frac{c_i}{\sqrt{q}} - \frac{c_i + \sqrt{q} \cdot v_i^2}{\sqrt{q}(1 + 4c_i \sqrt{q})}\right) s} \cdot e^{\left(c_i + \frac{c_i + \sqrt{q} \cdot v_i^2}{1 + 4c_i \sqrt{q}}\right) \zeta} . \quad (11)$$

Значения  $c_i$  найдём из граничного условия  $\left(\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + \beta \cdot \theta\right) \Big|_{\zeta = \sqrt{\frac{H}{R}}} = 0$  на торце



цилиндра с координатой  $\zeta = \sqrt{\frac{H}{R}}$  как решения уравнения:

$$\left( c_i + \frac{c_i + \sqrt{q} \cdot v_i^2}{1 + 4c_i \sqrt{q}} \right) = -\beta.$$

**Численные эксперименты.** В качестве примера примем данные, представленные в работе [7]. Образец из карбида вольфрама имеет форму кругового цилиндра с радиусом  $R = 0,012$  м и высотой  $H = 0,010$  м. Плотность массы сплава  $\gamma = 16000$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоёмкость  $c$  сплава в интервале температур 2000..2800 °С равна 186 Дж/(кг·К). Коэффициент теплопроводности сплава  $\lambda = 150$  Вт/(м·К), коэффициент теплообмена  $\alpha = 200$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) в указанном интервале температур. Зададим начальное условие:  $\theta_0 = 2870$  °С, это значение соответствует плотности мощности нагружения 6,2 ГВт/м<sup>2</sup> в импульсе длительностью 110 мкс.

Численная оценка результатов анализа существенно зависит от значения параметра  $\tau_r$  – времени релаксации теплового потока. Следуя рекомендации [8], назначим  $\tau_r = 4 \cdot 10^{-12}$  с. Вычислим параметры: коэффициент температуропроводности  $a = \lambda / c\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $\beta = \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{RH} = 0,014605$ ,  $\sqrt{q} = 2 \cdot 10^{-6}$ . Связь безразмерных и исходных аргументов функций:  $\tau = 2,398s$ ,  $r = 1,095 \cdot 10^{-2}\rho$ ,  $z = 1,095 \cdot 10^{-2}\zeta$ . С использованием системы компьютерной математики Maple [10] вычислены собственные числа  $v_i$  и коэффициенты  $c_i$ ,  $i = 1..25$ . Значения  $\theta$  безразмерной температуры аппроксимированы отрезками функционального ряда из первых 25 членов ряда, сходимость ряда проверялась по начальному условию задачи, погрешность несущественна.

Вектор  $\mathbf{v}$  собственных значений  $v_i$  для функции  $W(\rho)$ :

$\mathbf{v} = (0.16261, 3.48683, 6.37925, 9.24912, 12.11233, 14.97269, 17.83156, 20.68956, 23.54700, 26.40407, 29.26087, 32.11748, 34.97394, 37.83029, 40.68655, 43.54274, 46.39886, 49.25494, 52.11097, 54.96698, 57.82295, 60.67890, 63.53483, 66.39074, 69.24663)$ .

Вектор  $\mathbf{c}$  собственных значений  $c_i$  функции  $H(s, \zeta)$  может иметь два представления:

$\mathbf{c1} = (-0.00730, -0.00731, -0.00734, -0.00739, -0.00745, -0.00753, -0.00762, -0.007773, -0.00786, -0.00800, -0.00816, -0.00833, -0.00853, -0.00873, -0.008896, -0.00920, -0.00946, -0.009973, -0.01002, -0.01032, -0.01065, -0.01098, -0.01134, -0.01171, -0.01210)$ ;

$\mathbf{c2} = (-2.5 \cdot 10^5, \dots, -2.5 \cdot 10^5)$ ,  $c_{2i} = \text{const} = c_2 = -2.5 \cdot 10^5$ .

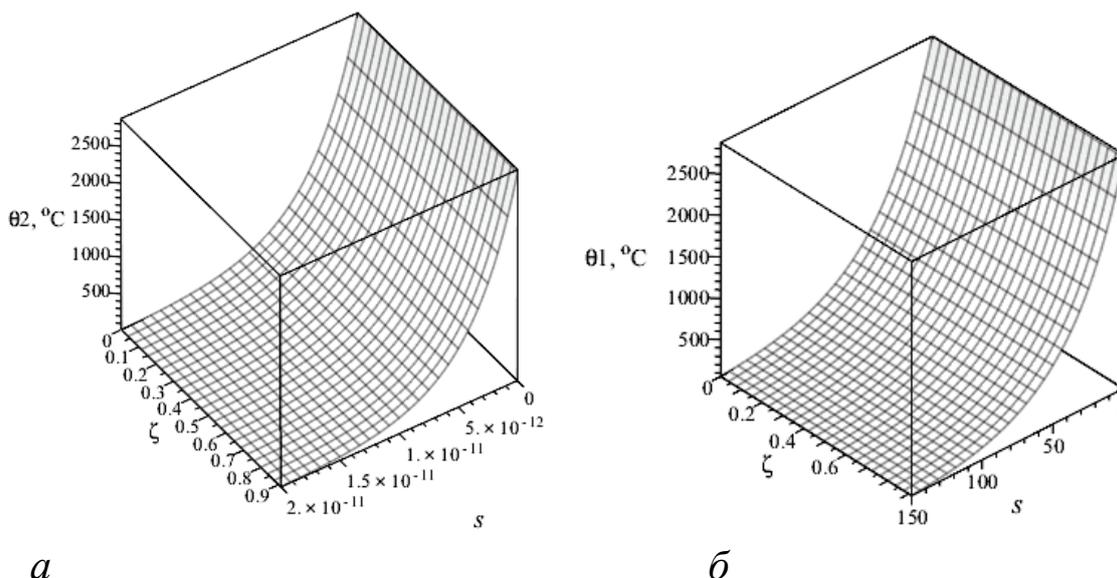
Получаем две моды приближённых решений задачи, первая соответствует различным значениям  $c_i$ :

$$\theta_1(s, \rho, \zeta) = \sum_{i=1}^{25} A_i J_0(v_i \rho) \cdot e^{\frac{2c_1 + \beta}{\sqrt{q}} \cdot s} \cdot e^{-\beta \cdot \zeta}, \quad (11a)$$



$$\theta_2(s, \rho, \zeta) = \sum_{i=1}^{25} A_i J_0(v_i \rho) \cdot e^{\frac{2c_2 + \beta \cdot s}{\sqrt{q}}} \cdot e^{-\beta \cdot \zeta}. \quad (116)$$

На **рис.1** представлены зависимости температуры  $\theta_1(s, \rho, \zeta)$  и  $\theta_2(s, \rho, \zeta)$  от безразмерных времени и осевой координаты для фиксированного значения безразмерного радиуса. Можно заключить, что, несмотря на малость параметра  $\tau_r$ , одновременное существование в уравнении теплопроводности членов  $\partial t / \partial \tau$  и  $\tau_r \cdot \partial^2 t / \partial \tau^2$  обуславливает существование двух мод экспоненциального, не волнового, перераспределения начального поля температур.



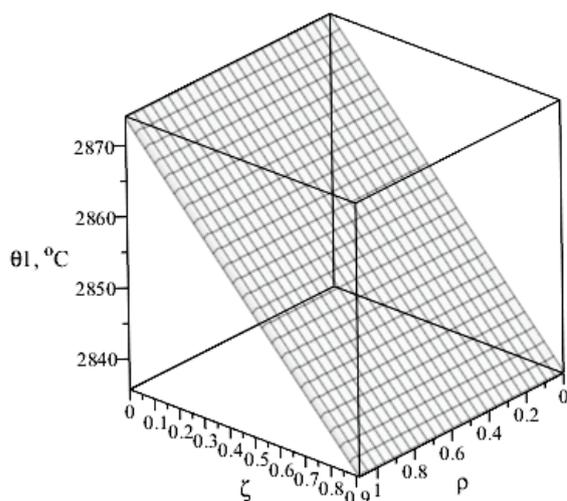
**Рис.1** Распределения температур для различных мод решения (при фиксированном значении  $\rho = 0,5$ ) от момента начала нагружения; *a* – первые 6 мин. остывания, *б* – до момента времени  $4,8 \cdot 10^{-11}$  с;  $\tau_r = 4 \cdot 10^{-12}$  с.

На **рис.2** показано распределение температуры по телу образца в момент времени  $\tau = 4 \cdot 10^{-12}$  с от начала нагружения, именно такой промежуток времени составляет время  $\tau_r$  релаксации теплового потока. Характерно, что картина рисунка 2 не меняется при значениях времени  $\tau < \tau_r$ . Таким образом, **рис.2** представляет график начального условия рассматриваемой задачи по телу образца. Для сечения тела образца плоскостью  $\zeta = 0,456$  распределение температуры показано на **рис.3**.

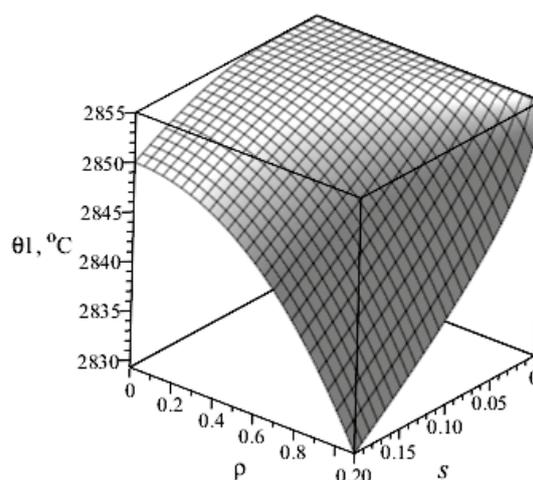
Очевидно, что представленные результаты зависят от выбора параметра  $\tau_r$  теплопередачи. Была проведена оценка влияния значения  $\tau_r$  на существование двумодального экспоненциального решения задачи. Для  $\tau_r = 9 \cdot 10^{-8}$  имеем два вектора собственных значений функции  $H(s, \zeta)$ :

$\mathbf{c1} = (-0.007306, -0.009126, -0.013407, -0.020134, -0.029309, -0.040930, -0.054999, -0.071514, -0.090476, -0.111885, -0.135742, -0.162046, -0.190799, -0,221100, -0.255649, -0.291747, -0.3309293, -0.371289, -0.414735, -0,460631, -0.508978, -0.559775, -0.613024, -0.668725, -0.726878);$

$\mathbf{c2} = (-1666.674, \dots, -1665.954), c_{2i}$  медленно уменьшаются.

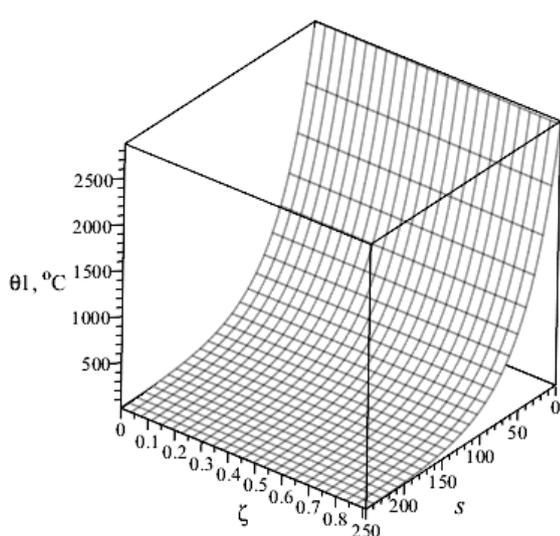


**Рис.2** Распределение температуры  $\theta_1$  по телу образца в момент времени  $\tau = 4 \cdot 10^{-12}$  с.

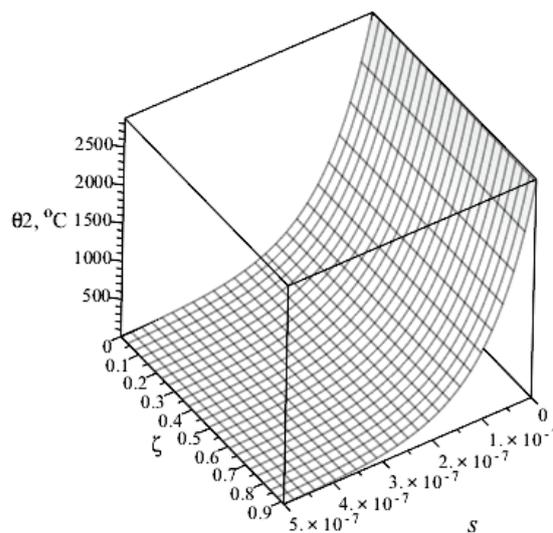


**Рис.3** Распределение температуры  $\theta_1$  по сечению образца  $\zeta = 0.456$  в первые 0.48 с.

Соответствующие моды распределения температур показаны на **рис.4**.



*a*



*б*

**Рис.4** Распределения температур для двух мод решения (при фиксированном значении  $\rho = 0,5$ ) от момента начала нагружения; *a* – первые 10 мин. остывания, *б* – до момента времени  $1.2 \cdot 10^{-6}$  с;  $\tau_r = 9 \cdot 10^{-8}$  с.

Каждое из  $\theta_1(s, \rho, \zeta)$  и  $\theta_2(s, \rho, \zeta)$  является решением одной и той же задачи для гиперболического уравнения теплопроводности с начальным условием – заданной температурой на переднем торце цилиндра в начальный момент времени. В принципе векторы **c1** и **c2** собственных значений для уравнения:

$$q \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} + \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta^2} + \nu^2 H = 0$$

определяют частные решения дифференциальных уравнений



$$F_1' - c \cdot F_1 = 0, \quad F_2' + \frac{2(c + \sqrt{q} \cdot v^2)}{\sqrt{q}(1 + 4c\sqrt{q})} F_2 = 0,$$

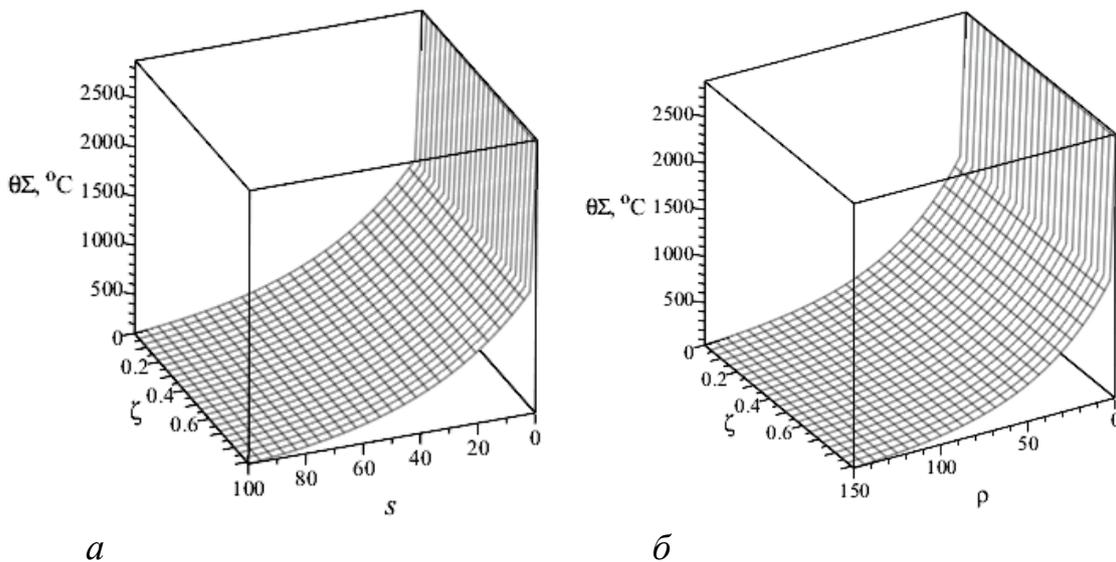
линейная комбинация которых с произвольными постоянными составляет общее решение задачи. Однако в этой постановке необходимо задание ещё одного начального условия – скорости изменения температуры на переднем торце цилиндра в начальный момент времени. Такое пополнение начальных условий существенно сужает поле возможных результатов анализа.

В данной работе избран другой подход. Линейная комбинация решений  $\theta_1(s, \rho, \zeta)$  и  $\theta_2(s, \rho, \zeta)$  также является решением рассматриваемой задачи:

$$\theta\Sigma(s, \rho, \zeta) = \delta \cdot \theta_1(s, \rho, \zeta) + (1 - \delta) \theta_2(s, \rho, \zeta),$$

$\delta$  – доля поля температурного поля  $\theta_1$  в поле  $\theta\Sigma$ . Температурное поле  $\theta\Sigma$  последовательно во времени реализует обе моды решения задачи, начиная с быстрой моды (рис.5). Фактически поле  $\theta\Sigma$  моделирует температуру приповерхностного слоя металлического изделия с высокой скоростью охлаждения и границу двух фаз, на которой достигается наибольшее упрочнение (на глубине 30 – 50 мк [7]).

Значения собственных чисел  $s_{1i}$  и  $s_{2i}$  являются вещественными вплоть до  $\tau_r = 10^{-3}$  с, при дальнейшем возрастании  $\tau_r$  числа  $s_{1i}$  и  $s_{2i}$  становятся комплексными и сопряжёнными. Это означает, что повышение веса составляющей  $\tau_r \cdot \partial^2 t / \partial \tau^2$  гиперболического уравнения теплопроводности приводит к смене механизма теплопередачи и переходу от экспоненциального рассеяния тепла в среду к волновому переносу тепла к охлаждающимся поверхностям цилиндра.



**Рис. 5** Распределения температур  $\theta\Sigma$  до полного остывания,  $\delta = 0.5$ ; **а** –  $\tau_r = 4 \cdot 10^{-12}$  с, время остывания 4 мин.; **б** –  $\tau_r = 9 \cdot 10^{-8}$  с, время остывания 6 мин.

**Выводы.** Поставленная задача для гиперболического уравнения теплопроводности показывает возможные виды теплопередачи в теле



цилиндрического образца при нагружении торца цилиндра кратковременным тепловым импульсом, инициирующим высокую начальную температуру торца. Экспоненциальное решение является линейной комбинацией двух мод, первая по времени из которых характеризуется высокой скоростью охлаждения и может обусловить в поликристаллическом материале образца коллективные сдвиговые деформации со значительными внутренними напряжениями при температурах фазовых превращений. Если смену мод при моделировании температурного поля задать в интервале 500..800 °С, то можно объяснить факт фазового перехода не диффузионного, а сдвигового типа. Волновой механизм теплопередачи в процессах поверхностного упрочнения высокоэнергетическими импульсами маловероятен ввиду слишком медленной релаксации теплового потока, неприемлемой для металлических материалов.

#### Литература:

1. Якушин В.Л. Поверхностное упрочнение углеродистых низколегированных сталей потоками высокотемпературной импульсной плазмы / В.Л. Якушин // Технология машиностроения. – 2004. – № 5. – С. 38 – 43.
2. Якушин В.Л. Модифицирование структурно-фазового состояния феррито-мартенситных сталей воздействием потоками импульсной газовой плазмы / В.Л. Якушин, Аун Тхурейн Хейн, П.С. Джумаев [и др.] // Перспективные материалы. – 2013. – № 5. – С. 5 – 14.
3. Князева А.Г. Моделирование теплофизических и физико-химических процессов, сопровождающих формирование покрытий в электронно-лучевых технологиях модификации поверхностей металлических материалов / А.Г.Князева, И.Л. Поболь, А.И. Гордиенко [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10. – С. 105 – 109.
4. Молотков С.Г. Моделирование нагрева поверхности металла при электровзрывном легировании с учётом формы теплового импульса / С.Г. Молотков, Л.П. Башенко, Е.А. Будовских [и др.] // Известия вузов. Чёрная металлургия. – 2013. – № 6. С. 44 – 46.
5. Cattaneo C. Sur une forme de l'équation de la chaleur eliminant le paradoxe d'une propagation instantee / C. Cattaneo // C. r. Acad/ sci. – 1958, v.247. – № 4. – pp.431 – 433.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков // М.: Высшая школа. – 1967. – 993 с.
7. Осколкова Т.Н. Особенности структурообразования поверхностного слоя при электровзрывном легировании карбидовольфрамового твёрдого сплава / Т.Н. Осколкова, Е.А. Будовских, В.Ф. Горюшкин // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. – 2012. – № 3. – С. 46 – 50.
8. Кудинов В.А. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкции / В.А. Кудинов, Э.М. Карташов, В.В. Калашников // М.: Высшая школа. – 2005. – 429 с.
9. Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической



физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов // М.: Высшая школа. – 1970. – 707 с.

10. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчётах / В.П. Дьяконов / М.: ДМК. – 2011. – 799 с.

**Abstract.** Modelling of passage of a thermal impulse through a face surface of the cylinder of the final sizes in the form of a problem for the equation of hyperbolic heat conductivity with boundary conditions of III kind was carried out. Action of a thermal impulse from an external source is simulated by sudden occurrence of initial high temperature on one of cylinder end faces. The decision of a problem of heat conductivity – only exponential; it can be represented by a linear combination of two fashions, first of which it is characterised by high speed of cooling and can explain initiative in a material of the cylinder of shear deformations at temperatures of phase transformations. For calculations are received approach of temperature fields in the form of series of functions segments on own functions of a problem. Results of numerical experiments for a material of the cylinder with thermophysical characteristics of type of firm alloy BK10-KC are shown. If change of fashions at modelling of a temperature field to set in the range of temperatures of phase transitions of various tungsten carbides in subsurface layer of a loaded end face of the cylinder these can explain presence of shear phase transition, instead of diffusion type. The conclusion is drawn on impossibility of the wave mechanism of a heat transfer within the limits of a problem for the hyperbolic equation of heat conductivity.

**Key words:** hardening by a thermal impulse, the circular cylinder, the hyperbolic equation of heat conductivity, time of a relaxation of a thermal stream, own numbers of a problem, boundary conditions of III kind, dynamics of a temperature field, a subsurface layer.

#### References:

1. Yakushin V.L Surface hardening of carbon and low alloyed steels by high-temperature pulsed plasma flows. Tekhnologiya mashinostroeniya. 2004, no. 5, pp. 38-43. (In Russ.).
2. Yakushin V.L., Aun Tkhourcin Khcin, Dzhumacv P.S. etc. Modification of structural and phase state of ferrite-martensitic steels by the influence of a pulsed flow of the gas plasma. Perspektivnye materialy. 2013, no. 5, pp. 5-14. (In Russ.).
3. Knyazeva A.G., Pobol LL., Gordienko A.I., Demidov V.N., Kryukova O.N., Oleschuk T.G. Simulation of thermophysical and physi- co-chemical processes occurring at coating formation in electronbeam technologies of surface modification of metallic materials. Physical Mesomechanics. 2007, vol. 10, no. 3-4, pp. 207-220.
4. Molotkov S.G., Bashchenko L.P., Budovskikh E.A. etc. Modeling of heating the metal surface during electroexplosive alloying with different shape of the heat pulse. Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy. 2013, no. 6, pp. 44-46. (In Russ.).
5. Cattaneo C. Sur une forme de l'equation de la chaleur eliminant le paradoxe d'une propagation instantee / C. Cattaneo // C. r. Acad / sci. – 1958, v.247. – № 4. – pp.431 – 433.
6. Lykov A.V. Teoriya teploprovodnosti: uchebnoe posobie [Heat conduction theory: tutorial]. Moscow: Vysshaya shkola, 1967, 993 p. (In Russ.).
7. Oskolkova T.N., Budovskikh E.A., Goryushkin V.F. Features of structure formation of the surface layer at electroexplosive alloying of a tungsten carbide hard alloy. Izvestiya VUZov. Poroshkovaya metallurgiya i funktsionalnye pokrytiya. 2012, no. 3, pp. 46-50. (In Russ.).
8. Kudinov V.A., Kartashov E.M., Kalashnikov V.V. Analiticheskie resheniya zadach teplomassoperenosa i termouprugosti dlya mnogosloinykh konstruktssii : uchebnoe posobie [Analytical solution of heat and mass transfer tasks and thermal elasticity for multilayer structures: Tutorial]. Moscow: Vysshaya shkola, 2005, 429 p. (In Russ.).
9. Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M. Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoi fiziki: uchebnoe posobie [Partial differential equations of mathematical physics: Tutorial]. Moscow: Vysshaya shkola, 1970, 707 p. (In Russ.).



10. D'yakonov V.P. *Maple J0/11/12/13/14 v matematicheskikh raschetakh [Maple 10/11/12/13/14 in mathematical calculations]*. Moscow: DMK, 2011, 799 p. (In Russ.).

Научный руководитель: д.т.н., проф. Темлянцев М.В.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Громов В.Е.

Статья отправлена: 21.05.2018 г.

© Базайкин В.И.