http://www.moderntechno.de/index.php/meit/article/view/meit22-01-043
DOI: 10.30890/2567-5273.2022-22-01-043

УДК 004.92

ANTI-ALIAZING OF A STEP TRAJECTOR IMAGE A LINE SEGMENT ON A HEXAGONAL GRID

АНТИАЛІАЙЗИНГ ЗОБРАЖЕННЯ КРОКОВОЇ ТРАЄКТОРІЇ ВІДРІЗКА ПРЯМОЇ НА ГЕКСАГОНАЛЬНОМУ РАСТРІ

Romanyuk O. N./ Романюк О. Н.
d.t.s., prof. / д.т.н., проф.
ORCID: 0000-0002-2245-3364
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shoes 95, 21021
Вінницький національний технічний університет Вінниця, Хмельницьке шоссе 95, 21021
Melnik O. V. / Мельник О. В.
Applicant /соискатель
ORCID: 0000-0002-5079-166X
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shoes 95, 21021
Вінницький національний технічний університет Вінниця, Хмельницьке шоссе 95, 21021
Romanyuk S. O. / Романюк С. О.
c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.
ORCID: 0000-0002-2245-3364
Odessa Polytechnic National University, Odessa, Shevchenko avenue, 1, 65004
Національний університет «Одеська політехніка», Одеса, просп. Шевченка, 1, 65004
Korobeinikova T. I. / Коробейнікова Т. І.
c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.
ORCID: 0000-0003-2487-8742
National University "Lviv Polytechnic", Lviv, S. Bandery, 12, 79000
Національний Університет «Львівська політехніка», Львів, С. Бандери, 12, 79000
Prozor O. P/ Прозор О. П.
c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.
ORCID: 0000-0003-1454-8352
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Khmelnytske shoes 95, 21021
Вінницький національний технічний університет Вінниця, Хмельницьке шоссе 95, 21021

Анотація. *У більшості сучасних систем комп'ютерної графіки використовується растровий принцип формування зображення. При формуванні растрових зображень виникають спотворення, які обумовлені недостатньою роздільною здатністю растра. На зображеннях з'являються артефакти, одним із проявів яких є яскраво виражені сходинки або зубці на краях об'єктів. Даний ефект отримав назву ступінчастого ефекту чи ефекту аліайзингу. Ефект аліайзингу суттєво впливає на реалістичність сформованого зображення, що обумовлює необхідність розробки спеціальних методів і засобів його усунення.*

Суть методу полягає в тому, що піксел розбивається на субпіксели, в центрах кожного з яких розраховується оцінювальна функція. Всі функції розраховуються одночасно та незалежно одна від одної. Знак оцінювальної функції визначає положення субпіксела відносно відрізка прямої. При додатному значенні субпіксел розміщено вище вектора, а при від'ємному – нижче. По однакових знаках оцінювальних функцій легко визначити ділянки піксела, які приміщені по різні сторони від відрізка прямої. Для визначення площі покриття піксела підраховують сумарну кількість субпікселів одного знаку.

Запропонований метод дозволяє суттєво збільшити продуктивність антиаліайзингу за рахунок розпаралелення обчислювального процесу.

Ключові слова: *графічні зображення, антиаліайзинг, гексагональний піксел, відрізок прямої, розпаралелення, згладжування.*

Вступ

У більшості сучасних систем комп'ютерної графіки використовується растровий принцип формування зображення. При формуванні растрових зображень виникають спотворення, які обумовлені недостатньою роздільною здатністю растра. На зображеннях з'являються артефакти, одним із проявів яких є яскраво виражені сходинки або зубці на краях об'єктів. Даний ефект отримав назву ступінчастого ефекту чи ефекту аліайзингу [1]. Ефект аліайзингу суттєво впливає на реалістичність сформованого зображення, що обумовлює необхідність розробки спеціальних методів і засобів його усунення.

Сьогодні в багатьох галузях обчислювальної техніки використовують гексагональний растр [2-10], який дає можливість підвищити розподільну здатність екранів, розшири напрямки руху між точками, згладити крокові траєкторії при формуванні графічних примітивів. Однак і використання гексагональних технологій ефект аліайзингу усунути не вдалося. Проведені дослідження показали [1], що при використанні 17" монітора і розміщенні спостерігача на відстані 65 см від екрана для усунення ефекту аліайзингу потрібен монітор із роздільною здатністю як мінімум 4000x4000 пікселів, а для людей із рівнем зору вище середнього - взагалі 8000x8000 пікселів. Сучасний рівень технологій поки що не в змозі забезпечити таку роздільну здатність, тому для забезпечення реалістичності синтезованих зображень використовують спеціальні методи та засоби усунення ступінчастого ефекту.

Мета статті - розробка методу антиаліайзингу для відрізків прямих, які формуюють на гексагональному растрі

Аналіз літератури

На відміну від звичайних методів растеризації, у яких інтенсивність кольору розраховується тільки в центрі піксела, у методах антиаліайзингу колір обчислюється з урахуванням зони, яка оточує піксел. У методах додаткової вибірки зображення сцени формується з роздільною здатністю більшою, ніж у пристрою відображення, а перед видачею на екран зменшується шляхом усереднення. Такі методи мають просту апаратну реалізацію, однак обсяг обчислень, необхідних для растеризації сцени, росте у квадратичній залежності, що призводить до суттєвого зменшення швидкодії формування зображень. У аналітичних методах антиаліайзингу піксел розглядається не як умовна точка, а як скінченна область. Найбільш поширеними серед аналітичних методів є методи крайового антиаліайзингу, які забезпечують усунення ступінчастого ефекту вздовж контурів об'єктів. Такі методи характеризуються меншою обчислювальною складністю порівняно з методами додаткової вибірки, однак потребують урахування специфіки графічних об'єктів і мають більш складну програмно-апаратну реалізацію. Оскільки використання існуючих методів антиаліайзингу призводить до значного ускладнення обчислювального процесу формування зображень у системах комп'ютерної графіки, тому актуальною є розробка високопродуктивних методів, алгоритмів та структур для процедур антиаліайзингу у спеціалізованих графічних процесорах.

Для основних графічних примітивів [11], таких як відрізок прямої, багатокутник, коло, еліпс існують досить прості аналітичні вирази, що

описують їхні геометричні властивості. Використання певних математичних моделей піксела дозволяє отримати відносно прості з обчислювальної точки зору методи антиаліайзингу. Такі методи отримали назву крайового антиаліайзингу, оскільки, як правило, розглядають лише пікселі розташовані на краях об'єктів [1]. Для кожного виду графічних примітивів використовуються різні підходи, що порівняно з методами надлишкової вибірки є певним недоліком. Проте аналітичні методи характеризуються значно меншою обчислювальною складністю та забезпечують кращу якість згладжування, оскільки враховують особливості та обмеження пристроїв відображення.

У багатьох випадках для усунення крайового антиаліайзингу використовують метод оцінювальної функції. Згідно з методом формується спеціальна функція (рис. 1), знак якої вище прямої додатній, а нижче прямої - від'ємний. При нульовому значенні оцінювальної функції поточна точка траєкторії належить відрізку прямої. Обчислювальний процес при формуванні крокової траєкторії направлений на зміну знаку оцінювальної функції на протилежний.

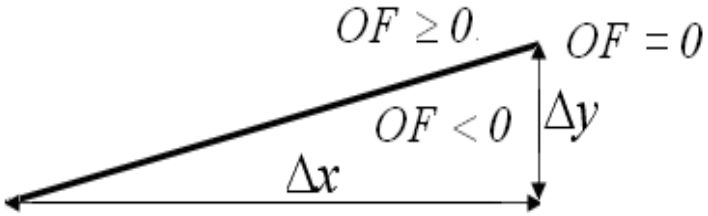


Рисунок 1 – Формування оцінювальної функції

Формула для розрахунку оцінювальної функції має такий вигляд [11]

$$OF_{i+1} = y_i \cdot \Delta x - \Delta y \cdot x_i. \quad (1)$$

Метод оцінювальної функції характеризується простотою обчислювального процесу та високою точністю формування крокової траєкторії, а тому використовується в переважній кількості випадків.

Розробка методу антиаліайзингу

Згідно з методами крайового антиаліайзингу для згладжування границь графічних примітивів інтенсивність I кольору піксела встановлюють пропорційно до площі S покриття піксела об'єктом (рис. 2).

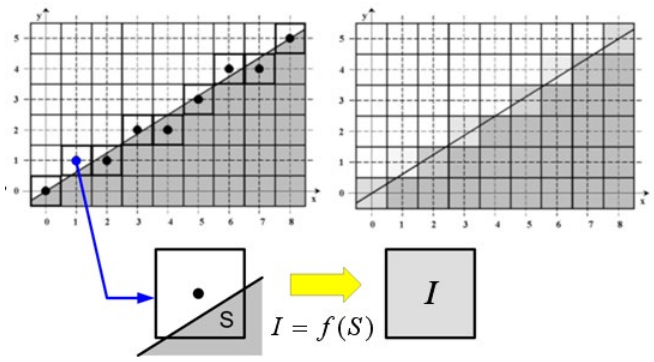


Рисунок 2 – Залежність інтенсивності кольору від площі покриття піксела

Визначення площі S покриття піксела вимагає значних обчислювальних витрат [1], що впливає на швидкодію формування зображення. Тому актуальними є питання розробки підходів до її зменшення.

Пропонується новий метод визначення площі покриття півсела.

Суть методу полягає в тому, що піксел розбивається на субпіксели, в центрах кожного з яких розраховується оцінювальна функція. Всі функції розраховуються одночасно та незалежно одна від одної. Знак оцінювальної функції визначає положення субпіксела відносно відрізка прямої. При додатному значенні субпіксел розміщено вище вектора, а при від'ємному – нижче. По однакових знаках оцінювальних функцій легко визначити ділянки піксела, які приміщені по різні сторони від відрізка прямої. Для визначення площі покриття піксела підраховують сумарну кількість субпікселів одного знаку.

На рис. 3 зображено два варіанта розміщення субпікселів у межах гексагону. Варіант б) є доцільнішим, оскільки в ньому субпіксели краще заміщують площу піксела, а розміщення субпікселів відповідає концепції [2-4] побудови гексагонального растру. У варіанті б) в якості базових комірок використовуються гексагональні субпіксели та їх половинки. Як видно з рисунку, піксел включає 31 субпіксел, з них 19 повністю розміщені в межі піксела.

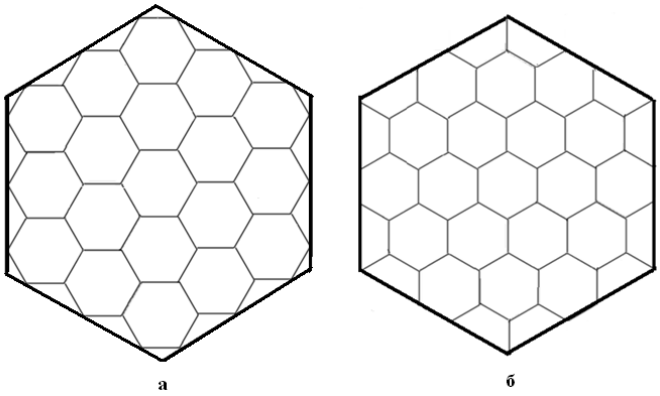


Рисунок 3 - Варіанти розміщення субпікселів у межах гексагону

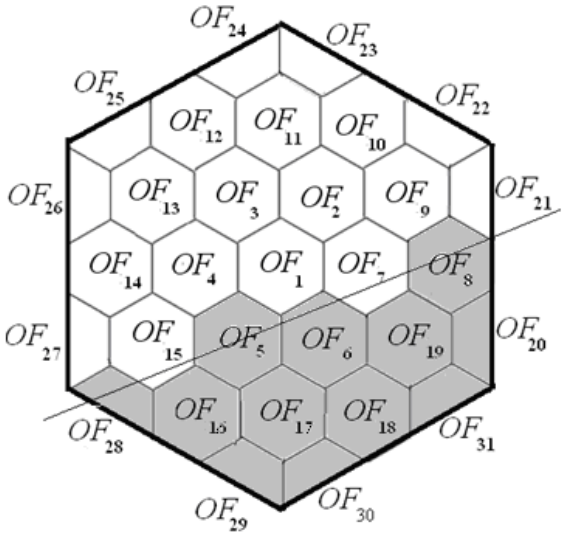
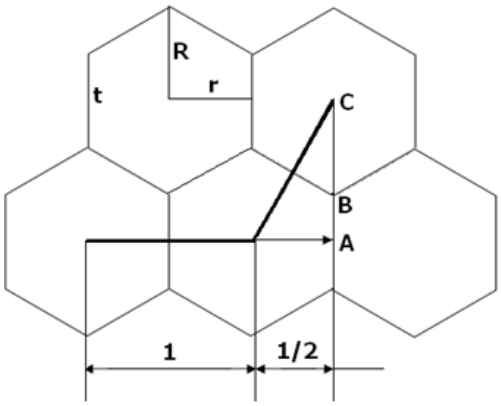


Рисунок 4 – Приклад визначення площі покриття піксела

На рис. 4 наведено приклад перетину відрізком прямої піксела. Для даного випадку оцінювальні функції $OF_8, OF_5, OF_6, OF_{19}, OF_{16}, OF_{17}, OF_{18}, OF_{28}, OF_{29}$, $OF_{30}, OF_{31,} OF_{20}$ мають від'ємний знак. На рисунку субпіксели, в яких оцінювальна функція від'ємна, заштриховані. Повний субпіксел має вагу 1, тому їх сумарна вага дорівнює 7. Неповний (наприклад, 29) субпіксел має вагу 1/2. Їх у заштрихованій ділянці - 5, тому їх сумарна вага дорівнює 2,5. Сумарна вага повних і неповних субпікселів дорівнює 9, 5.

Якщо піксел підлягає зафарбовуванню інтенсивністю кольору I, то для антиаліайзингу необхідно використати інтенсивність кольору $I \cdot \frac{9,5}{25}$.

Розглянемо, для зразка, визначення значення оцінювальної функції для деяких субпікселів. На рис. 5 наведено приклад формування горизонтального та діагонального крокових приростів, а також основні метрологічні розміри.



$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Рисунок 5 – Приклад формування крокових переміщень

Номери субпікселів відповідають індексам оцінювальних функцій.

Для досягнення піксела 8 необхідно виконати два горизонтальних крокових переміщення. Метрологічно це відповідає відстані 2. Тому

$$OF_8 = y_i\Delta x - \Delta y(x_i + 2) = y_i\Delta x - x_i\Delta y - 2\Delta y = OF_i - 2\Delta y.$$

Для досягнення піксела 9 необхідно виконати горизонтальне та послідуюче за ним діагональне крокові переміщення, тому

$$OF_9 = (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 1 + \frac{1}{2}) = y_i\Delta x - x_i\Delta y + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - \frac{1}{2}\Delta y = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - \frac{3}{2}\Delta y.$$

У табл. 1 наведено формули для визначення значень оцінювальних функцій для повних субпікселів, а у табл.2 – для неповних субпікселів

У наведених таблицях часто використовується множник $\sqrt{3}$. Множення на зазначений множник можна замінити на суму, що спростить обчислення.

Для спрощення обчислень, останнє значення задамо сумою степенів двійки

$$\sqrt{3} \approx 1 + 1/2 + 1/4.$$

В цьому випадку відносна похибка подання складає всього 1,03 %.

Визначимо максимальну похибку у визначені площі покриття. Розглянемо найдовший шлях, який включає 5 повних субпікселів (рис. 6). У випадку, коли відрізок прямої проходить в безпосередній відстані від центрів субпікселів, то

при визначені площі покриття досягається похибка для кожного субпіксела, яка дорівнює половині його площі. Тому максимальна похибка при визначенні площі не буде перевершувати 5x0,5=2, 5 площ повного субпіксела.

Таблиця 1 – Значення оцінювальних функцій для повних субпікселів

№ субпіксела	Значення оцінювальних функцій
2	$OF_2 = (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{1}{2}) = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - \Delta y\frac{1}{2}.$
7	$OF_7 = y_i\Delta x - \Delta y(x_i + 1) = y_i\Delta x - x_i\Delta y - \Delta y = OF_i - \Delta y.$
8	$OF_8 = y_i\Delta x - \Delta y(x_i + 2) = y_i\Delta x - x_i\Delta y - 2\Delta y = OF_i - 2\Delta y.$
4	$OF_4 = y_i\Delta x - \Delta y(x_i - 1) = y_i\Delta x - x_i\Delta y + \Delta y = OF_i + \Delta y.$
14	$OF_{14} = y_i\Delta x - \Delta y(x_i - 2) = y_i\Delta x - x_i\Delta y + \Delta y = OF_i + 2\Delta y.$
3	$OF_3 = (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - \frac{1}{2}) = y_i\Delta x - x_i\Delta y + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x + \frac{1}{2}\Delta y = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x + \frac{1}{2}\Delta y.$
9	$OF_9 = (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 1 + \frac{1}{2}) = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - \frac{3}{2}\Delta y.$
13	$OF_{13} = (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 1 - \frac{1}{2}) = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x + \frac{3}{2}\Delta y.$
11	$OF_{11} = (y_i + 2\frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 0) = OF_i + \sqrt{3}\Delta x.$
12	$OF_{12} = (y_i + 2\frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 1) = OF_i + \sqrt{3}\Delta + \Delta y.$
10	$OF_{10} = (y_i + 2\frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 1) = OF_i + \sqrt{3}\Delta x - \Delta y.$
5	$OF_5 = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - \frac{1}{2}) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2} + \Delta y\frac{1}{2}.$
6	$OF_6 = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{1}{2}) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2} - \Delta y\frac{1}{2}.$
15	$OF_{15} = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 1\frac{1}{2}) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2} + \Delta y\frac{3}{2}.$
19	$OF_{19} = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 1\frac{1}{2}) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2} - \Delta y\frac{3}{2}.$
16	$OF_{19} = (y_i - \frac{3\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 1\frac{1}{2}) = OF_i - \frac{3\sqrt{3}}{2} + \Delta y\frac{3}{2}.$

Якщо відрізок прямої перетинає майже половину піксела (рис. 7), то похибка визначення інтенсивності кольору буде дорівнювати половині рівня інтенсивності кольору. Для розглянутого випадку, в 31 рівень, є прийнятним.

Таблиця 2 - Значення оцінювальних функцій для неповних субпікселів

№ субпіксела	Значення оцінювальних функцій
18	$OF_{18} = (y_i - \frac{2\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 1) = OF_i - \sqrt{3}\ \Delta x - \Delta y.$
17	$OF_{17} = (y_i - \frac{2\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y x_i = OF_i - \sqrt{3}\ \Delta x.$
23	$OF_{23} = (y_i - \frac{4\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{1}{2}) = OF_i - 2\sqrt{3}\ \Delta x - \frac{1}{2}\Delta y.$
24	$OF_{24} = (y_i - \frac{4\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - \frac{1}{2}) = OF_i - 2\sqrt{3}\ \Delta x + \frac{1}{2}\Delta y.$
25	$OF_{24} = (y_i - \frac{3\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 2) = OF_i - 2\sqrt{3}\ \Delta x + 2\Delta y.$
26	$OF_{26} = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - \frac{3}{2}) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x + \frac{3}{2}\Delta y.$
27	$OF_{27} = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - \frac{3}{2}) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x + \frac{3}{2}\Delta y.$
28	$OF_{28} = (y_i - \frac{2\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 2) = OF_i - \sqrt{3}\,\Delta x + 2\Delta y.$
29	$OF_{29} = (y_i - \frac{3\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - \frac{1}{2}) = OF_i - \frac{3\sqrt{3}}{2}\Delta x - \frac{1}{2}\Delta y.$
30	$OF_{29} = (y_i - \frac{3\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{1}{2}) = OF_i - \frac{3\sqrt{3}}{2}\Delta x + \frac{1}{2}\Delta y.$
31	$OF_{31} = (y_i - \frac{2\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{3}{2}) = OF_i - \sqrt{3}\,\Delta x - \frac{3}{2}\Delta y.$
20	$OF_{20} = (y_i - \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 2) = OF_i - \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - 2\Delta y.$
21	$OF_{21} = (y_i + \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + \frac{5}{2}) = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - \frac{5}{2}\Delta y.$
22	$OF_{22} = (y_i + \frac{2\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i + 2) = OF_i + \sqrt{3}\,\Delta x - 2\Delta y.$

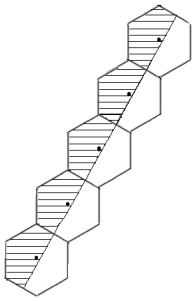


Рисунок 6 – Найдовший шлях у гексагональному пікселі

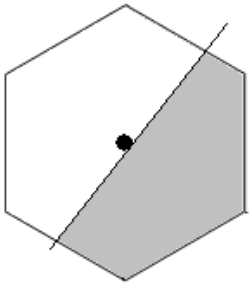


Рисунок 7 – Перетин субпіксела

Висновки

Запропоновано метод антиаліайзингу крокової траєкторії відрізка прямої на гексагональному растрі. Суть методу полягає в тому, що піксел розбивається на субпіксели, в центрах кожного з яких розраховується оцінювальна функція. По однакових знаках оцінювальних функцій легко визначити ділянки піксела, які приміщені по різні сторони від відрізка прямої. Для визначення площі покриття піксела підраховують сумарну кількість субпікселів одного знаку.

Запропонований метод дозволяє суттєво збільшити продуктивність антиаліайзингу за рахунок розпаралелення обчислювального процесу.

Література

1. Романюк О. Н. Курінний М. С. Методи та засоби антиаліайзингу контурів об'єктів у системах комп'ютерної графіки. *Монографія* . - Вінниця: УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006. — 163 с.

2. Романюк О. Н., Мельник О. В. Особливості гексагональної моделі піксела. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.* 2014. № 1. С. 91-95.

3. Романюк О. Н., Мельник. Формування відрізків прямих на гексагональному растрі. *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка».* 2016. №2(23). – С. 69–72.

4. Романюк О. Н., Мельник О. В. Особливості використання гексагонального растра при побудові пристроїв відображення. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.* 2016. № 3. С. 105-109.

5. Melnik O., Romanyuk O.,Romanyuk O., Savratsky V. Applying of hexagonal raster in image formation scientific foundations of modern engineering. Monography/International Science Group. *Boston: Primedia eLaunch*, 2020. 166=175 p

6. Романюк О. Н., Мельник О. В., Коваль Л. Г. Використання гексагональних комірок у видавничій справі. *Інформація, комунікація та управління знаннями в глобалізованому світі* Матеріали П'ятої міжнародної наукової конференції «Інформація, комунікація та управління знаннями в глобалізованому світі», Київ, 22 травня, 2022. С.45-47.

7. Романюк О.Н., Мельник О.В., Марущак А.В., Шмалюх В.А. Комп'ютерна програма для імітації гексагонального растру. *Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості*: тези Республ. наук.-практ.

конф., м. Івано-Франківськ, 8 жовтня, 2020. С.70-71.

8. Панфілова Ю. О., Романюк О Н., Мельник О.В. Використання гексагонального растру в комп'ютерних іграх. *Інформаційно-комп'ютерні технології*: тези доп. XII Міжнародної науково-технічної конференції , м. Житомир, 01 - 03 квітня 2021 р. / Житомирська по-літехніка, 2021. С.205

9. Романюк О. Н., Мельник О.В., Чехместрук Р. Ю., Романюк С. О. Основні співідношення гексагонального растру. *Інформаційні технології в культурі, мистецтві, освіті, науці, економіці та бізнесі*: матеріали VII Міжн. наук.-практ. конф. м. Київ, 21 квітня 2022. С. 59-61.

10. Romanyuk Olexander, Pavlov Sergii, Melnyk Olexander, Romanyuk Sergii, Smolarz Andrzej, Bazarova Madina, Method of anti-aliasing with the use of the new pixel model, Proc. SPIE 9816, *Optical Fibers and Their Applications* 2015, 981617 (17 December 2015); doi: 10.1117/12.2229013.

11. Пєтух А. М., Обідник Д. Т., Романюк О.Н. Інтерполяція в задачах контурного формоутворення: *монографія.* Вінниця: ВНТУ, 2007. 103 с.

Abstract. *When creating raster images, distortions occur due to the insufficient resolution of the raster. Artifacts appear in the images , one of the manifestations of which are pronounced steps or teeth on the edges of objects. This effect was called the step effect or the aliasing effect. The aliasing effect significantly affects the realism of the formed image, which necessitates the development of special methods and means of its elimination.*

The essence of the method is that the pixel is divided into subpixels, in the centers of each of which the evaluation function is calculated. All functions are calculated simultaneously and independently of each other. The sign of the evaluation function determines the position of the subpixel relative to the line segment. With a positive value, the subpixel is placed above the vector, and with a negative value - below. Using the same signs of the evaluation functions, it is easy to determine the areas of the pixel that are located on different sides of the line segment. To determine the coverage area of a pixel, the total number of subpixels of one character is calculated.

The proposed method allows you to significantly increase the performance of anti-aliasing due to the parallelization of the computing process.

Key words: *graphic images, antialiasing, hexagonal pixel, line segment, parallelization, smoothing.*

Статья отправлена: 03.09.2022 г.

© Романюк О.Н.