



УДК 37.015.31/091.39

CHANGES IN THE CONTENT AND METHODS OF TEACHING MATHEMATICS AS ANSWERS TO MODERN CHALLENGES

ЗМІНИ У ЗМІСТІ ТА МЕТОДАХ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ ЯК ВІДПОВІДІ НА СУЧАСНІ ВИКЛИКИ

Mandrazhy O.A. / Мандражи О.А.*s.ped.s., as.prof. / к.пед.н., доц.*

ORCID: 0000-0001-9968-8500

*State Biotechnological University, Kharkiv, Alchevskih 44, 61002**Державний біотехнологічний університет, м. Харків, Алчевських 44, 61002*

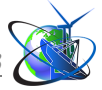
Анотація. У протистоянні людства зі штучним інтелектом поки не зовсім зрозуміло, хто отримає перемогу. За будь якого розвитку подій, щоб зовсім не розчинитися і не замінити себе нейромережами, для людини стають важливими розвинення емоцій, унікальних розумових здібностей та здібностей до навчання. У статті на матеріалі кількох прикладів із занять з математики продемонстровано певні підходи та методи, що є ефективними для досягнення зазначеної мети.

Ключові слова: сучасні виклики, освіта сьогодення, методи викладання, математика.

Вступ.

Невпинно бурхливий розвиток комп'ютерних технологій та промисловості, IT-індустрії, робототехніки швидко змінює наше життя, навколишній світ, розуміння та сприйняття нас у цьому світі. Створені в дитинстві нашою уявою на основі вигаданих фантастами дивовижних і чудернацьких країн картини майбутнього, які тоді сприймалися як щось далеке та захмарне, вже сьогодні стають реальністю. Технічні розробки не тільки полегшують та урізноманітнюють наше життя, але й суттєво змінюють його. Певні види діяльності людей стрімко та істотно трансформуються, деякі фахівці, що зовсім недавно вважались доволі затребуваними, натеper стають вразливими до розвитку штучного інтелекту, окремі зовсім втрачають свою актуальність, оскільки з їхніми обов'язками нейромережі можуть впоратись швидше, якісніше, краще.

Така реальність неминуче впливає на вимоги до сучасної людини. Якою вона має бути: чи потрібно їй багато знати, якщо можна зазирнути у «пошук» або запитати у ШІ, чи потрібні їй певні уміння, адже більшість видів роботи може виконати техніка, чи потрібне їй натхнення – музика, картини, дизайн, тексти...

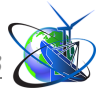


предмети творчого мистецтва, створені різноманітними програмами, можуть зачарувати, захопити, здивувати своєю вишуканістю або креативністю (не будемо поглиблюватись у питання про те, наскільки це творчість або мистецтво). За такого полегшення і спрощення людина для отримання та задоволення власних потреб як у матеріальному так і у духовному плані, на тепер може витратити години чи дні, а не більшість свого життя, як це могло бути раніше. У певному сенсі таке буття призводить до термінів «суспільство споживання», «світ споживачів» у тому розумінні, коли споживання виходить за межі необхідного для життя, через те, що життєві блага отримуються легше, ніж це було колись. Постає питання, яким чином означений вище вплив може позначатись на освіті сучасної дитини. Звісно, сформульоване питання доволі всеосяжне і в рамках цієї статті ми не беремося розглядати всі його складові детально – лише звернемо увагу на один штрих. Хотілося би, щоб наші українські здобувачі освіти не стали споглядачами змін та споживачами готового продукту. Задля цього для них набуває ваги і стає достатньо важливим розвинення емоцій, унікальних розумових здібностей та здібностей до навчання, що допоможе їм у дорослому житті створювати щось корисне, позитивне, значуще для життя й розвитку як власного, так і суспільного.

Виконання окресленого передбачає, окрім іншого, відповідне змістовне і методичне забезпечення процесу навчання. Так, наприклад, сьогочасні заняття з математики було би доцільно й актуально доповнити задачами і завданнями з надлишковими або недостатніми даними, коли для їх вирішення треба зробити аналіз або синтез, прикидку, скористатись додатковою інформацією або ввести допоміжну невідому тощо. Вводити питання евристичного або проєктного характеру чи такі, що містять дослідницьку складову, з метою привчити учнів до логічності та послідовності міркувань, розвиваючи інтелектуальні емоції. Насправді є достатня кількість підходів і методів, які покликані реалізувати описане вище. Продемонструємо намічене кількома прикладами.

Основний текст.

З чим у кожного з нас переважно асоціюється поняття «декартова



(прямокутна) система координат». Скоріш за все більшість уявить дві, рідше три, взаємоперпендикулярні прямі, з яких одна розташована горизонтально, а інша – вертикально (рисунок 1а). Це шаблон, до якого ми звикли і у шаблонах немає нічого поганого. Проте слід розуміти, що введення системи координат має допомагати при розв’язанні задач, а, отже, ми можемо розташовувати прямі таким чином, який спростить шлях до знаходження розв’язку або буде зручнішим.

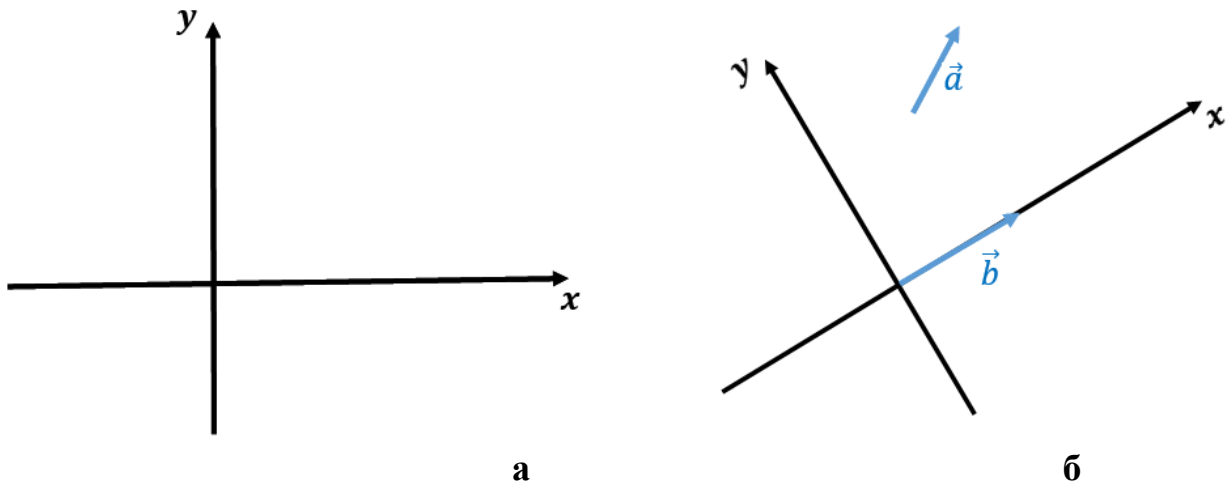


Рисунок 1 – Декартова (прямокутна) система координат

Так, при розгляді теми «Скалярний добуток векторів», подавши на площині вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, наприклад, як на рисунку 1б, можемо дійти висновку, що для легшого знаходження координат заданих векторів є доцільним розташувати систему координат не шаблонно, а таким чином, щоб вісь Ox містила вектор $\vec{b}$, а вісь Oy , відповідно, розташовувалась перпендикулярно до осі Ox та проходила через початок вектора $\vec{b}$. За такого розташування координати вектора $\vec{b}$ вже одразу можна записати. Не складно буде знайти і координати вектора $\vec{a}$, однак ще прийдеться ввести нове дане, наприклад, кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$. Такого роду завдання мають бути звичайними для опанування здобувачами впевненості надавати пропозиції, наполегливості у досягненні мети, уміння не зациклюватись на одному підході, а за потреби надавати інші та, врешті, отримувати задоволення від описаного процесу і взагалі від повсякденного розвитку розумових здібностей.



Розглянемо задачу, яку можна запропонувати учням при відпрацюванні теореми косинусів. Узагалі при знайомстві з теоремою косинусів корисно її первинне закріплення виконувати на найпростіших задачах, що демонструють застосування теореми для випадків, коли пов'язуються усі сторони трикутника та будь-який його кут для знаходження інших елементів, а вже далі можна поступово переходити і до більш складних.

Отже, задача. Пряма BA перетинає площину α у точці A під кутом 45° . Пряма AC площини α утворює з проекцією похилої AB кут 30° . Знайдіть кут BAC . (Ми обмежимося розглядом знаходження $\cos \angle BAC$).

Та перед розв'язанням поданої задачі важливо акцентувати увагу або повторити з учнями чи перевірити, усе залежить від рівня їхньої підготовленості та співпраці з вчителем, як вони розуміють рівність кутів. Кути порівнюють за градусною мірою, тому довжина променів при їхньому представленні не має значення, адже ми креслимо тільки їхню частину (промінь – це частина прямої, яка має початок і не має кінця). На рисунку 2 зображено два рівні кути: $\angle 1 = \angle 2$.

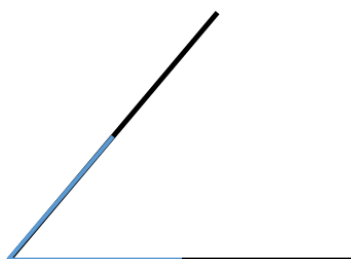


Рисунок 2 – Рівні кути 1 і 2

Повернемося до умови задачі. Якщо виконати за умовою рисунок, то ми одразу не отримаємо фігури, з якої можна було би знайти кут BAC . Оскільки потрібна фігура відсутня, то зробимо її для себе самі. Для цього поміркуємо, де нам найзручніше буде розташувати т. C прямої AC . Цікавинка задачі як раз і є у тому, щоб з'ясувати найкраще для простішого розв'язання положення т. C на прямій AC . Візьмемо її, наприклад, таким чином, як показано на рисунку 3.

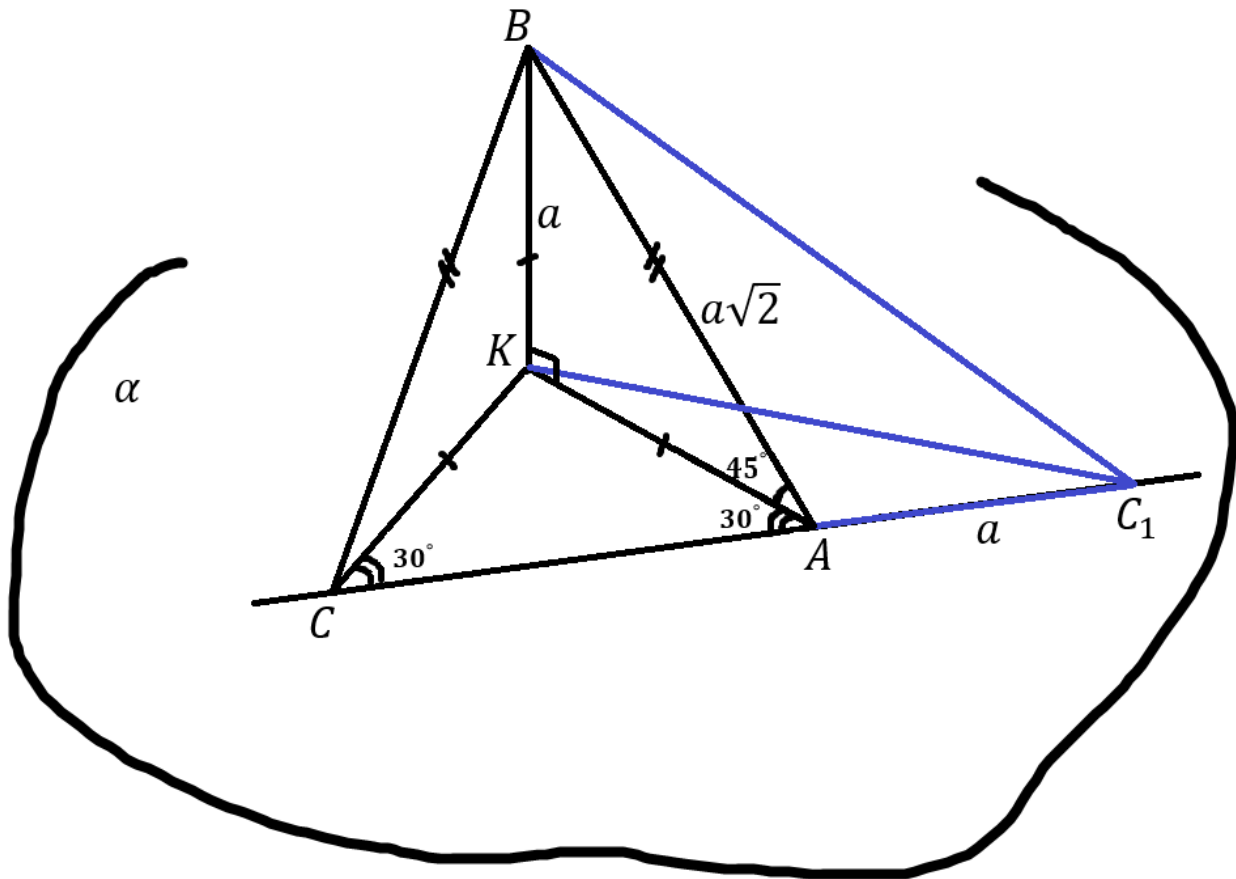
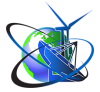


Рисунок 3 – До задачі

Нехай $BK \perp \alpha$, $\angle KAC = 30^\circ$ за умовою. Візьмемо т. C на прямій так, щоб похилі BA і BC були рівні. За такого розташування маємо $\triangle BKA = \triangle BKC$ – прямокутні. Введемо $BK = a$. Оскільки за умовою $\angle BAK = 45^\circ$, то $\triangle BKA$ – рівнобедрений і $BK = KA = a$. $KA = KC = a$. $\angle KAC = 30^\circ$ з умови, отже, і $\angle KCA = 30^\circ$, а $\angle CKA = 120^\circ$. За теоремою косинусів

$$AC^2 = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$AC = a\sqrt{3}.$$

З $\triangle BKA$ маємо $AB = a\sqrt{2}$. Тоді з $\triangle BAC$ знову ж за теоремою косинусів

$$BC^2 = BA^2 + CA^2 - 2 \cdot BA \cdot CA \cdot \cos \angle BAC$$

$$2a^2 = 2a^2 + 3a^2 - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \cos \angle BAC$$

$$2\sqrt{6}a^2 \cos \angle BAC = 3a^2$$

$$\cos \angle BAC = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$



Отримали, $\angle BAC$ – гострий, відповідно $\angle BAC_1$ – тупий.

З того, що $\angle BAC$ і $\angle BAC_1$ – суміжні, маємо

$$\cos \angle BAC_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4}$$

Оскільки з умови задачі слід було знайти кут BAC , а положення т. C обиралось міркуваннями зручності, то необхідно звернути увагу і на інше можливе її розташування. Якби ми почали розв'язання з пошуку $\cos \angle BAC_1$, то взяли би точку C_1 таким чином, щоб $AC_1 = AK$. Саме так нам було би для розв'язання найзручніше. Та і за даного розташування C_1 рівність BA і BC_1 – неможлива (проекція KC_1 лежить навпроти тупого кута 150°).

Отже, $AK = AC_1 = a$, $BA = a\sqrt{2}$. З $\triangle KAC_1$ знайдемо KC_1 за теоремою косинусів

$$KC_1^2 = AK^2 + AC_1^2 - 2 \cdot AK \cdot AC_1 \cdot \cos \angle KAC_1$$

$$KC_1^2 = a^2 + a^2 - 2a^2 \cdot \cos 150^\circ$$

$$KC_1^2 = 2a^2 + \sqrt{3}a^2 = a^2(2 + \sqrt{3})$$

З $\triangle BKC_1$ за теоремою Піфагора знайдемо BC_1

$$BC_1^2 = a^2 + 2a^2 + \sqrt{3}a^2 = 3a^2 + \sqrt{3}a^2 = \sqrt{3}a^2(\sqrt{3} + 1)$$

З $\triangle BAC_1$ за теоремою косинусів

$$\sqrt{3}a^2(\sqrt{3} + 1) = 2a^2 + a^2 - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos \angle BAC_1$$

$$3a^2 + \sqrt{3}a^2 = 3a^2 - 2\sqrt{2}a^2 \cdot \cos \angle BAC_1$$

$$2\sqrt{2}a^2 \cdot \cos \angle BAC_1 = -\sqrt{3}a^2$$

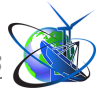
$$\cos \angle BAC_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{6}}{4}$$

Тобто, як і було отримано раніше, шукані кути

$$\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{6}}{4} \quad \text{або} \quad \cos \angle BAC_1 = -\frac{\sqrt{6}}{4}$$

Висновки.

Застосування описаних підходів і методів є доволі ефективним при розвиненні емоцій, унікальних розумових здібностей та здібностей до навчання.



Означені прояви інтелекту розвиваються і посилюються ситуаціями за яких здобувачі освіти можуть і мають проявляти допитливість, здивування, націленість на отримання результату, сміливість у пошуках різних підходів при вирішенні завдань, задоволення від діяльності, навіть за умови, коли розв'язання не піддалось.

Abstract. *In the confrontation between humanity and artificial intelligence, it is not yet entirely clear who will win. In any development of events, in order not to completely dissolve and not replace oneself with neural networks, it becomes important for a person to develop emotions, unique mental abilities and learning abilities. The article, using several examples of mathematics lessons, demonstrates certain approaches and methods that are effective in achieving this goal.*

Key words: *modern challenges, modern education, teaching methods, mathematics.*

Статтю надіслано: 19.08.2025 р.

© Мандражи О.А.